

教辅图书 功能学具 学生之家
基础教育行业专研品牌

30⁺年创始人专注教育行业

全品学练考

AI智慧
教辅

主编
肖德好

练习册

高中数学2

北京
专版

必修第二册 RJ A



本书为AI智慧教辅

“讲题智能体”支持学生聊着学，扫码后哪题不会选哪题；随时随地想聊就聊，想问就问。



天津出版传媒集团
天津人民出版社

CONTENTS

目录

06 第六章 平面向量及其应用

PART SIX	
6.1 平面向量的概念	001
6.1.1 向量的实际背景与概念	001
6.1.2 向量的几何表示	001
6.1.3 相等向量与共线向量	001
6.2 平面向量的运算	003
6.2.1 向量的加法运算	003
6.2.2 向量的减法运算	005
6.2.3 向量的数乘运算	007
6.2.4 向量的数量积	009
第1课时 向量数量积的定义、投影向量	009
第2课时 向量数量积的运算律	011
滚动习题(一) [范围 6.1~6.2]	013
6.3 平面向量基本定理及坐标表示	015
6.3.1 平面向量基本定理	015
6.3.2 平面向量的正交分解及坐标表示	017
6.3.3 平面向量加、减运算的坐标表示	017
6.3.4 平面向量数乘运算的坐标表示	019
6.3.5 平面向量数量积的坐标表示	021
习题课 平面向量数量积的综合应用	023
滚动习题(二) [范围 6.3]	024
6.4 平面向量的应用	026
6.4.1 平面几何中的向量方法	026
6.4.2 向量在物理中的应用举例	026
6.4.3 余弦定理、正弦定理	028
1. 余弦定理	028
2. 正弦定理	030
第1课时 正弦定理	030
第2课时 正弦定理和余弦定理的综合问题	032
第3课时 正弦定理和余弦定理的应用	034
3. 余弦定理、正弦定理应用举例	036
滚动习题(三) [范围 6.4]	039

07 第七章 复数

PART SEVEN	
7.1 复数的概念	041
7.1.1 数系的扩充和复数的概念	041
7.1.2 复数的几何意义	043
7.2 复数的四则运算	045
7.2.1 复数的加、减运算及其几何意义	045
7.2.2 复数的乘、除运算	047
滚动习题(四) [范围 7.1~7.2]	049
7.3* 复数的三角表示	051
7.3.1 复数的三角表示式	051
7.3.2 复数乘、除运算的三角表示及其几何意义	051

08 第八章 立体几何初步

PART EIGHT	
8.1 基本立体图形	053
第1课时 多面体	053
第2课时 旋转体、组合体	055
8.2 立体图形的直观图	057
8.3 简单几何体的表面积与体积	059
8.3.1 棱柱、棱锥、棱台的表面积和体积	059
8.3.2 圆柱、圆锥、圆台、球的表面积和体积	062
第1课时 圆柱、圆锥、圆台的表面积和体积	062
第2课时 球的表面积和体积	064
滚动习题(五) [范围 8.1~8.3]	066
8.4 空间点、直线、平面之间的位置关系	068
8.4.1 平面	068
8.4.2 空间点、直线、平面之间的位置关系	070
8.5 空间直线、平面的平行	072
8.5.1 直线与直线平行	072
8.5.2 直线与平面平行	074
第1课时 直线与平面平行的判定	074
第2课时 直线与平面平行的性质	076

8.5.3 平面与平面平行	078
第1课时 平面与平面平行的判定	078
第2课时 平面与平面平行的性质	081
🔊 滚动习题（六）[范围 8.4~8.5]	083
8.6 空间直线、平面的垂直	085
8.6.1 直线与直线垂直	085
8.6.2 直线与平面垂直	087
第1课时 直线与平面垂直的判定	087
第2课时 线面角、直线与平面垂直的性质	089
第3课时 空间距离与线面垂直的综合问题	091
8.6.3 平面与平面垂直	093
第1课时 平面与平面垂直的判定	093
第2课时 平面与平面垂直的性质	095
🔊 滚动习题（七）[范围 8.5~8.6]	098

09 第九章 统计

PART NINE

9.1 随机抽样	100
9.1.1 简单随机抽样	100
9.1.2 分层随机抽样	102
9.2 用样本估计总体	105

9.2.1 总体取值规律的估计	105
第1课时 频率分布表和频率分布直方图	105
第2课时 统计图中的样本数据的分布	108
9.2.2 总体百分位数的估计	112
9.2.3 总体集中趋势的估计	114
9.2.4 总体离散程度的估计	117
🔊 滚动习题（八）[范围 9.1~9.2]	120

10 第十章 概率

PART TEN

10.1 随机事件与概率	123
10.1.1 有限样本空间与随机事件	123
10.1.2 事件的关系和运算	125
10.1.3 古典概型	127
10.1.4 概率的基本性质	130
10.2 事件的相互独立性	132
10.3 频率与概率	135
10.3.1 频率的稳定性	135
10.3.2 随机模拟	135
🔊 滚动习题（九）[范围 10.1~10.3]	138

■ 参考答案（练习册）[另附分册 P141~P204]

■ 导学案 [另附分册 P205~P426]

>> 测 评 卷

单元素养测评卷（一）[第六章]	卷 01
单元素养测评卷（二）[第七章]	卷 03
单元素养测评卷（三）[第八章]	卷 05
单元素养测评卷（四）[第九章]	卷 07
单元素养测评卷（五）[第十章]	卷 11
模块素养测评卷[全部章节]	卷 15
参考答案	卷 17

第六章 平面向量及其应用

6.1 平面向量的概念

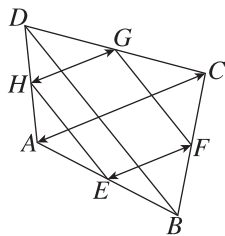
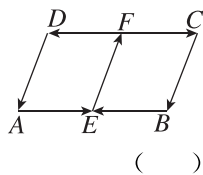
6.1.1 向量的实际背景与概念

6.1.2 向量的几何表示

6.1.3 相等向量与共线向量

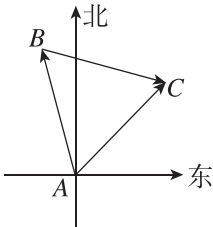
基础巩固

- 下列说法正确的是 ()
A. 向量的模是一个正实数
B. 零向量没有方向
C. 单位向量的模等于 1 个单位长度
D. 零向量就是实数 0
- 如图,在平行四边形 $ABCD$ 中,
 E, F 分别是 AB, CD 的中点,
则图中所示的向量中与 $\overrightarrow{AE}$ 平行的有 ()
A. 1 个 B. 2 个
C. 3 个 D. 4 个
- [2025 · 丰台期末] 设 a, b 为非零向量, 则
“ $|a| = |b|$ ”是“ $a = b$ ”的 ()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
- 给出下列四个说法:
①若 $|a| = 0$, 则 $a = 0$;
②若 $|a| = |b|$, 则 $a = b$ 或 $a = -b$;
③若 $a \parallel b$, 则 $|a| = |b|$;
④若 $a = 0$, 则 $-a = 0$.
其中正确说法的个数为 ()
A. 1 B. 2
C. 3 D. 4
- 一架飞机向西飞行 400 km, 再向东飞行 500 km,
如果记飞机飞行的路程为 s , 位移为 a , 那么 $s - |a| =$ ()
A. 800 km B. 700 km
C. 600 km D. 500 km
- 在四边形 $ABCD$ 中, 若 $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AD}|$ 且 $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$, 则四边形 $ABCD$ 一定是 ()
A. 正方形 B. 矩形
C. 菱形 D. 等腰梯形
- 已知 A, B, C 是不共线的三点, 向量 m 与向量 $\overrightarrow{AB}$ 是平行向量, 与 $\overrightarrow{BC}$ 是共线向量, 则 $m =$ _____.
- 在平面上, 把所有表示单位向量的有向线段的起点移到同一点, 则它们的终点构成的图形是 _____; 若表示单位向量的有向线段平行于某一直线, 把有向线段的起点移到同一点, 则它们的终点构成的图形是 _____.
- 如图, E, F, G, H 分别是四边形 $ABCD$ 各边的中点, 分别指出图中:
(1) 与向量 $\overrightarrow{HG}$ 相等的向量;
(2) 与向量 $\overrightarrow{HG}$ 平行的向量;
(3) 与向量 $\overrightarrow{HG}$ 模相等的向量;
(4) 与向量 $\overrightarrow{HG}$ 模相等、方向相反的向量.



班级	
姓名	
题号	答案
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
11	
12	
13	

10. 飞机从 A 地按北偏西 15° 的方向飞行 1400 km 到达 B 地,再从 B 地按南偏东 75° 的方向飞行 1400 km 到达 C 地,那么 C 地在 A 地什么方向上? C 地距 A 地多远?



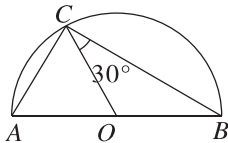
13. 已知四边形 $ABCD$ 是矩形,设点集 $M = \{A, B, C, D\}$,集合 $T = \{\overrightarrow{PQ} \mid P, Q \in M \text{ 且 } P, Q \text{ 不重合}\}$,用列举法表示集合 $T =$ _____.

14. 一位模型赛车手遥控一辆赛车沿正东方向向前行进 1 米,逆时针转变 α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$),继续按直线向前行进 1 米,再逆时针转变 α ,按直线向前行进 1 米,按此方法继续操作下去.
(1)作示意图说明当 $\alpha = 45^\circ$ 时,操作几次后赛车的位移为零向量;
(2)按此操作方法使赛车行进一周后能回到出发点, α 应满足什么条件?

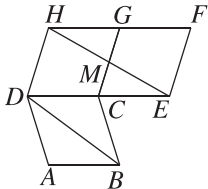
综合提升

11. 在如图所示的半圆中, AB 为直径,点 O 为圆心, C 为半圆上一点,且 $\angle OCB = 30^\circ$, $|\overrightarrow{AB}| = 2$,则 $|\overrightarrow{AC}| =$ ()

- A. 1 B. $\sqrt{2}$
C. $\sqrt{3}$ D. 2



第 11 题图



第 12 题图

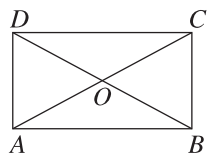
12. 如图所示,四边形 $ABCD$, $CEFG$, $DCGH$ 是全等的菱形, HE 与 CG 相交于点 M ,则下列结论不一定成立的是 ()
- A. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{EF}|$
B. $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{FH}$ 共线
C. $\overrightarrow{BD}$ 与 $\overrightarrow{EH}$ 共线
D. $\overrightarrow{DC}$ 与 $\overrightarrow{EC}$ 共线

6.2 平面向量的运算

6.2.1 向量的加法运算

基础巩固

- 在平行四边形 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ 等于 ()
A. $\overrightarrow{AC}$ B. $\overrightarrow{CA}$
C. $\overrightarrow{BD}$ D. $\overrightarrow{DB}$
- 化简: $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BC}$ 等于 ()
A. $\overrightarrow{AB}$ B. $\overrightarrow{BA}$
C. $\mathbf{0}$ D. $\overrightarrow{AC}$
- 某人先向东走 3 km, 位移记为 $\mathbf{a}$, 接着再向北走 3 km, 位移记为 $\mathbf{b}$, 则 $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ 表示 ()
A. 向东南走 $3\sqrt{2}$ km
B. 向东北走 $3\sqrt{2}$ km
C. 向东南走 $3\sqrt{3}$ km
D. 向东北走 $3\sqrt{3}$ km
- 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{AD} =$ ()



- $\overrightarrow{AB}$ B. $\overrightarrow{AC}$
C. $\overrightarrow{AD}$ D. $\overrightarrow{BD}$
- 已知点 P 为 $\triangle ABC$ 所在平面内一点, 当 $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} = \overrightarrow{PC}$ 成立时, 点 P 位于 ()
A. $\triangle ABC$ 的 AB 边上
B. $\triangle ABC$ 的 BC 边上
C. $\triangle ABC$ 的内部
D. $\triangle ABC$ 的外部
 - 若在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{BC} = \mathbf{b}$, 且 $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}| = 1$, $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = \sqrt{2}$, 则 $\triangle ABC$ 的形状是 ()
A. 等边三角形
B. 锐角三角形
C. 斜三角形
D. 等腰直角三角形
 - 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 2$, $BC = 1$, 则 $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}| =$ _____.

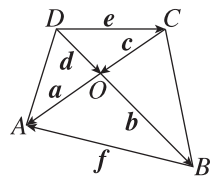
- 化简下列各式:

- $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$;
- $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MB}) + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OM}$;
- $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO}$;
- $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC}$.

其中化简结果为 $\mathbf{0}$ 的是 _____. (填序号)

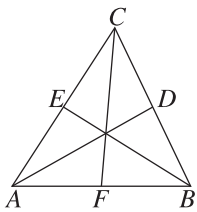
- 如图所示, 求:

(1) $\mathbf{a} + \mathbf{d}$; (2) $\mathbf{c} + \mathbf{b}$; (3) $\mathbf{e} + \mathbf{c} + \mathbf{b}$; (4) $\mathbf{c} + \mathbf{f} + \mathbf{b}$.

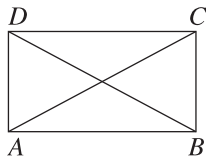


班级	
姓名	
题号	答案
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
11	
12	
13	
14	

10. 如图,已知 D, E, F 分别为 $\triangle ABC$ 的边 BC, AC, AB 的中点. 求证: $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \mathbf{0}$.



13. 如图,已知四边形 $ABCD$ 为矩形,则下列结论正确的是 ()



- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$
 B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$
 C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CB}$
 D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}|$
14. 一艘船在静水中航行速度的大小为 5 km/h ,河水的流速大小为 2 km/h ,则船实际航行速度的大小(单位: km/h)的取值范围是_____.
15. 已知桥是南北方向的,受落潮影响,海水以 12.5 km/h 的速度向东流,现有一艘工作艇,在海面上航行检查桥墩的状况,已知工作艇在静水中的速度大小是 25 km/h ,若工作艇要沿着与桥平行的方向由南向北航行,则工作艇的航向如何确定?

综合提升

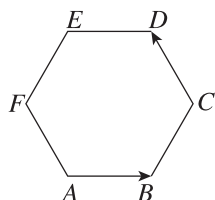
11. 已知四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O ,且 $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{DO} = \overrightarrow{OB}$,则四边形 $ABCD$ 一定为 ()
- A. 正方形 B. 梯形
 C. 平行四边形 D. 菱形
12. 设 $\mathbf{a} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) + (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA})$, $\mathbf{b}$ 是任一非零向量,则下列结论中不正确的是 ()
- A. $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$ B. $\mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{a}$
 C. $\mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{b}$ D. $\mathbf{a} = \mathbf{0}$

6.2.2 向量的减法运算

基础巩固

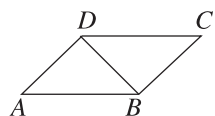
1. 在平行四边形 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC} =$ ()
 A. $\overrightarrow{DA}$ B. $\overrightarrow{BD}$
 C. $\overrightarrow{CD}$ D. $\overrightarrow{DC}$

2. [2024·西城期末] 如图, 在正六边形 $ABCDEF$ 中, $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} =$ ()



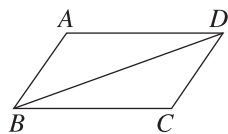
- A. $\overrightarrow{BC}$ B. $\overrightarrow{BF}$
 C. $\overrightarrow{EC}$ D. $\overrightarrow{BE}$

3. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 下列结论正确的是 ()



- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{BD}$
 C. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = \mathbf{0}$ D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$

4. [2025·通州期中] 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 连接 BD , 则 ()

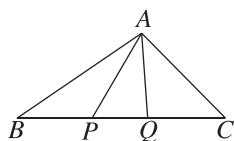


- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DA}$
 B. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD}$
 C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$
 D. $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DA}$

5. 若 $|\overrightarrow{AB}| = 5$, $|\overrightarrow{AC}| = 8$, 则 $|\overrightarrow{BC}|$ 的取值范围是 ()

- A. $[3, 8]$ B. $(3, 8)$
 C. $[3, 13]$ D. $(3, 13)$

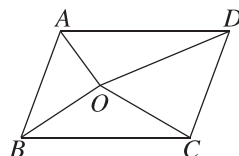
6. 如图所示, P, Q 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的两个点, 且 $\overrightarrow{BP} = \overrightarrow{QC}$, 则化简 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AQ}$ 的结果为 ()



- A. $\mathbf{0}$ B. $\overrightarrow{BP}$
 C. $\overrightarrow{PQ}$ D. $\overrightarrow{PC}$

7. 化简: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EC} - \overrightarrow{EB} =$ _____.

8. 如图所示, 已知 O 为平行四边形 $ABCD$ 内一点, $\overrightarrow{OA} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{OB} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{OC} = \mathbf{c}$, 则 $\overrightarrow{OD} =$ _____.

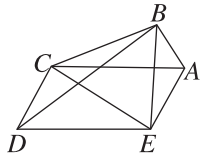


9. 化简:

- (1) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{DC}$;
 (2) $(\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}) - \overrightarrow{BC}$;
 (3) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EA}$.

班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
11	
12	
13	
14	
15	

10. 如图,在五边形 $ABCDE$ 中,若四边形 $ACDE$ 是平行四边形,且 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{AC} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{AE} = \mathbf{c}$,试用 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 表示向量 $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BE}, \overrightarrow{CD}$ 及 $\overrightarrow{CE}$.



14. 已知 $|\overrightarrow{AB}| = 6$, $|\overrightarrow{AD}| = 9$, 则 $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}|$ 的取值范围为 _____, $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}|$ 的取值范围为 _____.
15. 若 O 是 $\triangle ABC$ 所在平面内一点,且满足 $|\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}| = |\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA}|$, 则 $\triangle ABC$ 是 _____ 三角形.
16. 已知 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $\angle ACB = 90^\circ$, M 是斜边 AB 的中点, 设 $\overrightarrow{CM} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{CA} = \mathbf{b}$. 求证:
- (1) $|\mathbf{a} - \mathbf{b}| = |\mathbf{a}|$;
- (2) $|\mathbf{a} + (\mathbf{a} - \mathbf{b})| = |\mathbf{b}|$.

综合提升

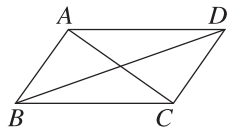
11. [2025 · 北京二中测试] 若 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 是非零向量, 则 “ $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}|$ ” 是 “ $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = |\mathbf{a} - \mathbf{b}|$ ” 的 ()
- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充分必要条件
- D. 既不充分也不必要条件
12. [2023 · 通州期末] 对于任意两个向量 $\mathbf{a}$ 和 $\mathbf{b}$, 下列说法中正确的是 ()
- A. $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| \leq |\mathbf{a} - \mathbf{b}|$
- B. $|\mathbf{a} - \mathbf{b}| \leq |\mathbf{a} + \mathbf{b}|$
- C. $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| \leq |\mathbf{a}| + |\mathbf{b}|$
- D. $|\mathbf{a} - \mathbf{b}| \leq |\mathbf{a}| - |\mathbf{b}|$
13. 已知 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, 且 $\angle BAC = 90^\circ$, 则下列说法中错误的是 ()
- A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$
- B. $|\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}| = |\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}|$
- C. $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB}| = |\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}|$
- D. $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| > |\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}| + |\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AB}|$

6.2.3 向量的数乘运算

基础巩固

1. 如图,在平行四边形 $ABCD$ 中, $\frac{1}{2}\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{AD} =$

()



- A. $\overrightarrow{CA}$ B. $\overrightarrow{AC}$
C. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ D. $\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$

2. [2024·北京八十中测试] 设 $\mathbf{a}$ 是非零向量, λ 是非零实数, 则下列结论中正确的是 ()

- A. $\mathbf{a}$ 与 $\lambda\mathbf{a}$ 的方向相反
B. $\mathbf{a}$ 与 $\lambda^2\mathbf{a}$ 的方向相同
C. $|\lambda\mathbf{a}| \geq |\mathbf{a}|$
D. $|\lambda\mathbf{a}| \geq |\lambda||\mathbf{a}|$

3. 已知不共线的两个非零向量 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$, 若 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a} + 2\mathbf{b}$, $\overrightarrow{BC} = -5\mathbf{a} + 6\mathbf{b}$, $\overrightarrow{CD} = 7\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$, 则共线的三点是 ()

- A. A, B, D B. A, B, C
C. B, C, D D. A, C, D

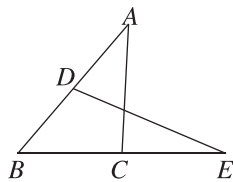
4. 已知 $\mathbf{e}, \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ 均为非零向量, 则不一定能推出 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$ 的是 ()

- A. $\mathbf{a} = -3\mathbf{e}, \mathbf{b} = 2\mathbf{e}$
B. $\mathbf{a} = -\frac{1}{3}\mathbf{e}, \mathbf{b} = \frac{2}{3}\mathbf{e}$
C. $\mathbf{a} = \mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \mathbf{b} = \frac{\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2}{2} - \mathbf{e}_1$
D. $\mathbf{a} = \mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \mathbf{b} = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \frac{\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2}{2}$

5. [2024·朝阳期末] 已知向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 不共线, $\mathbf{c} = 3\mathbf{a} - t\mathbf{b}$, $\mathbf{d} = -2t\mathbf{a} + 6\mathbf{b}$, 若 $\mathbf{c}$ 与 $\mathbf{d}$ 同向, 则实数 t 的值为 ()

- A. -3 B. -1
C. 3 D. -3 或 3

6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 AB 的中点, E 是 BC 延长线上一点, 且 $BE = 2BC$, 若 $\overrightarrow{DE} = \lambda\overrightarrow{AB} + \mu\overrightarrow{AC}$, 则 $\lambda + \mu$ 的值为 ()



- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$
C. 1 D. 2

7. 在四边形 $ABCD$ 中, 若 $\overrightarrow{AB} = 3\mathbf{e}$, $\overrightarrow{CD} = -5\mathbf{e}$, 且 $|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{BC}|$, 则四边形 $ABCD$ 的形状为 _____.

8. [2024·通州期末] 在正方形 $ABCD$ 中, E 是 DC 边上一点, 且 $DE = 2EC$, 点 F 为 AE 的延长线上一点, 则可以使得 $\overrightarrow{AF} = \lambda\overrightarrow{AB} + \mu\overrightarrow{AD}$ 成立的 λ, μ 的一组数据 (λ, μ) 为 _____.

9. (1) 化简: $\frac{2}{3}(\mathbf{a} + \mathbf{b}) - \frac{3}{5}(\mathbf{b} - \mathbf{a}) + \frac{1}{3}(\mathbf{0} - \mathbf{a})$;

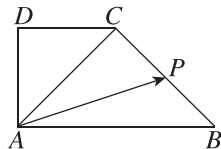
- (2) 已知 $\mathbf{i}, \mathbf{j}$ 为非零向量, 设向量 $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$, $\mathbf{b} = 2\mathbf{i} - \mathbf{j}$, 求 $(\frac{1}{3}\mathbf{a} - \mathbf{b}) - (\mathbf{a} - \frac{2}{3}\mathbf{b}) + 2\mathbf{b} - \mathbf{a}$.

班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
11	
12	
13	
14	

10. 设 a, b 是不共线的两个向量.

- (1) 若 $\overrightarrow{AB} = 2a - b, \overrightarrow{BC} = a + b, \overrightarrow{CD} = a - 2b$, 求证: A, B, D 三点共线;
 (2) 若 $8a + kb$ 与 $ka + 2b$ 共线, 求实数 k 的值.

14. [2024 · 北京八一学校测试] 如图, 在直角梯形 $ABCD$ 中, $AB \perp AD, AD = CD = \frac{1}{2}AB$. 若 P 为 $\triangle ABC$ 三条边上的一个动点, 且 $\overrightarrow{AP} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AD}$, 则下列结论中正确的是 _____. (填序号)



- ① 满足 $m = \frac{1}{2}$ 的点 P 有且只有 1 个;
 ② 满足 $m + n = 1$ 的点 P 有且只有 2 个;
 ③ 能使 $m + n$ 取最大值的点 P 有且只有 2 个;
 ④ 能使 $2m + n$ 取最大值的点 P 有无数个.
15. 经过 $\triangle OAB$ 的重心 G 的直线与 OA, OB 分别交于点 P, Q , 设 $\overrightarrow{OP} = m\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OQ} = n\overrightarrow{OB} (m > 0, n > 0)$.

- (1) 证明: $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ 为定值;
 (2) 求 $m + n$ 的最小值.

综合提升

11. 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 AC 边上一点, 且 $AC = 4AD, P$ 为 BD 上一点, 若向量 $\overrightarrow{AP} = \lambda\overrightarrow{AB} + \mu\overrightarrow{AC} (\lambda > 0, \mu > 0)$, 则 λ, μ 满足的关系式为 _____

- A. $\lambda + \mu = 1$ B. $\lambda + \frac{\mu}{4} = 1$
 C. $\lambda + 4\mu = 1$ D. $4\lambda + \mu = 1$

12. 在 $\triangle ABC$ 中, D, E, F 分别是边 BC, CA, AB 的中点, 点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心, 则下列结论中不正确的是 _____

- A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$
 B. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$
 C. $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CE} = \mathbf{0}$
 D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \mathbf{0}$

13. [2024 · 北京首都师大附中测试] 若 P 是 $\triangle ABC$ 内部或边上的一个动点, 且 $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$, 则 xy 的最大值是 _____

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$
 C. 1 D. 2

6.2.4 向量的数量积

第1课时 向量数量积的定义、投影向量

基础巩固

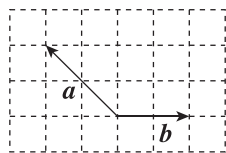
1. [2024·北京一零一中学测试] 设 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 为单位向量, 且 $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, 则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 ()

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$
C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

2. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=3$, $BC=4$, $\angle ABC=60^\circ$, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} =$ ()

- A. 12 B. 6
C. -6 D. -12

3. [2024·北师大附中测试] 已知向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 在正方形网格中的位置如图所示. 若网格中每个小正方形的边长均为 1, 则 $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} =$ ()



- A. -4 B. -2
C. 2 D. 4

4. 下列说法中错误的是 ()

- A. 对于任意向量 $\boldsymbol{a}$, 都有 $\mathbf{0} \cdot \boldsymbol{a} = 0$
B. 若 $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = 0$, 则 $\boldsymbol{a} = \mathbf{0}$ 或 $\boldsymbol{b} = \mathbf{0}$
C. 对于任意向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$, 都有 $|\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}| \leq |\boldsymbol{a}| |\boldsymbol{b}|$
D. 若 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 共线, 则 $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = \pm |\boldsymbol{a}| |\boldsymbol{b}|$

5. [2024·北京十一中测试] 在 $\triangle ABC$ 中, “ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} < 0$ ”是“ $\triangle ABC$ 为锐角三角形”的 ()

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

6. 已知平面向量 $\boldsymbol{e}_1$ 和 $\boldsymbol{e}_2$ 满足 $|\boldsymbol{e}_2| = 2|\boldsymbol{e}_1| = 2$, $\boldsymbol{e}_1$ 在 $\boldsymbol{e}_2$ 上的投影向量为 $-\frac{1}{4}\boldsymbol{e}_2$, 则 $\boldsymbol{e}_2$ 在 $\boldsymbol{e}_1$ 上的投影向量为 ()

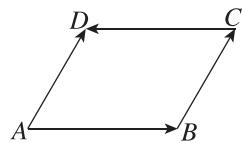
- A. -1 B. $-\frac{1}{2}$
C. $-\frac{1}{2}\boldsymbol{e}_1$ D. $-\boldsymbol{e}_1$

7. [2024·海淀期末] 在 $\triangle ABC$ 中, $C = \frac{\pi}{3}$, $CA = CB = 2$, 点 P 满足 $\overrightarrow{CP} = 2\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB}$, 则 $\overrightarrow{CP} \cdot \overrightarrow{CB} =$ _____.

8. 已知向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}| = 5$, $|\boldsymbol{b}| = 2$, 且 $\boldsymbol{a}$ 在 $\boldsymbol{b}$ 上的投影向量为 $2\boldsymbol{b}$, 则 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 的夹角的余弦值为 _____, $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} =$ _____.

9. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $|\overrightarrow{AB}| = 4$, $|\overrightarrow{AD}| = 3$, $\angle DAB = 60^\circ$, 求:

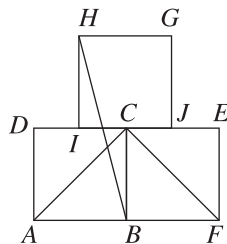
- (1) $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC}$;
(2) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$;
(3) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$;
(4) $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CD}$.



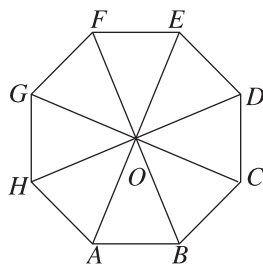
班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
11	
12	
13	
14	
15	

10. [2024·北京育才学校测试] 已知平面向量 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=2$, $|\boldsymbol{b}|=3$, $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 60° .
- (1) 求 $\boldsymbol{a}^2, \boldsymbol{b}^2, \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}$;
 - (2) 求 $(2\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}) \cdot (\boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{b})$ 的值;
 - (3) 当 x 为何值时, $x\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a} + 3\boldsymbol{b}$ 垂直.

12. 如图, I, J 分别为 CD, CE 的中点, 四边形 $AB-CD$ 、四边形 $BCEF$ 和四边形 $GHIJ$ 均为正方形, 则下列说法中错误的是 ()



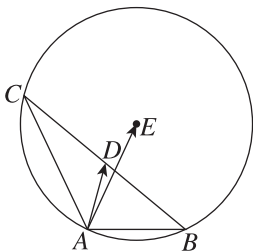
- $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CF} = 0$
 - $\overrightarrow{HB}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 上的投影向量为 $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$
 - $\overrightarrow{FA} \cdot \overrightarrow{AC} > 0$
 - $\overrightarrow{HB}$ 在 $\overrightarrow{CB}$ 上的投影向量为 $2\overrightarrow{CB}$
13. [2024·北京一六六中学测试] 已知圆 O 的半径为 2, AB 是圆 O 的一条直径, 平面上的动点 P 满足 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = -3$, 则当 P 不在直线 AB 上时, $\triangle PAB$ 的面积的最大值为 ()
- $\sqrt{3}$
 - $\sqrt{2}$
 - 3
 - 2
14. 已知非零向量 $\boldsymbol{a}$ 和单位向量 $\boldsymbol{b}$ 满足 $\boldsymbol{a} \perp \boldsymbol{b}$, 且向量 $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 的夹角为 30° , 则 $|\boldsymbol{a}| =$ _____.
15. 如图, 正八边形 $ABCDEFGH$ 中, $OA = 2$, 给出下列说法:



- $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OE} = -\sqrt{2}$;
 - $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = -\sqrt{2}\overrightarrow{OF}$;
 - $\overrightarrow{OA}$ 在 $\overrightarrow{OB}$ 上的投影向量为 $\frac{\sqrt{2}}{2}\overrightarrow{OB}$;
 - 若点 P 为正八边形边上的一个动点, 则 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AB}$ 的最大值为 4.
- 其中说法正确的是 _____ (填序号)

综合提升

11. [2024·北京首都师大附中测试] 如图, 圆 E 为 $\triangle ABC$ 的外接圆, $AB = 4$, $AC = 6$, D 为边 BC 的中点, 则 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AE} =$ ()



- 26
- 13
- 10
- 5

第2课时 向量数量积的运算律

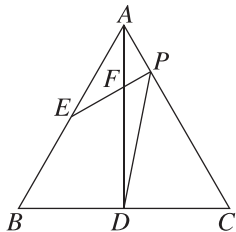
基础巩固

- 已知 a, b 是单位向量, $c = a + 2b$, 若 $a \perp c$, 则 $|c| =$ ()
A. 3 B. $\sqrt{7}$
C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$
- [2024 · 通州期中] 已知两个单位向量 a, b 满足 $|2a + b| = \sqrt{7}$, 则 a, b 的夹角为 ()
A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$
C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{2\pi}{3}$
- 已知向量 a, b 满足 $|a| = 1, |b| = 2$, 向量 a 与 b 的夹角为 60° , 则 $|4a - b| =$ ()
A. 12 B. 4
C. $2\sqrt{3}$ D. 2
- 已知 a, b, c 均为单位向量, 且 $2a = 3b + 4c$, 则 a 与 b 的夹角的余弦值为 ()
A. $\frac{1}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$
C. $\frac{1}{4}$ D. $-\frac{1}{4}$
- [2025 · 大兴期末] 若向量 a 与 b 满足 $(a - 2b) \cdot b = 2$, 且 $|b| = 2$, 则 a 在 b 上的投影向量的模为 ()
A. 2 B. 4
C. 5 D. 8
- 设 a, b 均为单位向量, 则“ $|a - 3b| = |3a + b|$ ”是“ $a \perp b$ ”的 ()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件
D. 既不充分也不必要条件
- 已知向量 a, b 满足 $|a| = 2, |b| = 4, (b - a) \cdot a = 0$, 则 a 与 b 的夹角为_____.
- 已知向量 a, b 满足 $|b| = 1, a \cdot b = 1$, 若 $(\lambda a - b) \perp b$, 则实数 $\lambda =$ _____.
- [2024 · 北京一六六中学测试] 已知 $|a| = 6, |b| = 8, a \cdot b = 16$, 设 a 与 b 的夹角为 θ .
(1) 求 $\cos \theta$;
(2) 若 $(2a - b) \perp (\lambda a + 5b)$, 求实数 λ 的值;
(3) 设 $c = b - \mu a, \mu \in \mathbf{R}$, 请直接写出 $|c|$ 的最小值, 并写出此时 μ 的值. (无需写明计算过程)

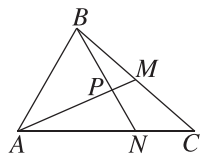
班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
11	
12	
13	
14	

10. 如图,在边长为4的正三角形 ABC 中, E 为 AB 的中点, D 为 BC 的中点, $\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{AF}$. 令 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$.

- (1)试用 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{EF}$;
(2)延长 EF 交 AC 于点 P ,求 $\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{DP}$ 的值.



13. [2024·北京十一中测试] 如图,在 $\triangle ABC$ 中,已知 $AB=2$, $AC=3$, $\angle BAC=60^\circ$, M 是 BC 的中点, $\overrightarrow{AN}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$,设 AM 与



BN 相交于点 P ,则 $\cos \angle MPN=$ _____.

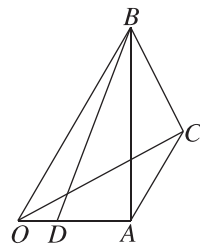
14. 已知平面向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=1$, $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 60° ,若 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $t\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 的夹角为钝角,则满足条件的 t 的值可以为_____. (写出一个即可)

15. 如图,记 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$, $\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{c}$,已知 $|\boldsymbol{b}|=2|\boldsymbol{a}|=2$, $\langle \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \rangle=60^\circ$.

(1)若点 D 在线段 OA 上,且 $OD=\frac{1}{3}OA$,求 $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{BA}$ 的值;

(2)若向量 $\boldsymbol{c}-\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 方向相同,且 $|\boldsymbol{c}|=\sqrt{3}$,求 $\angle ACB$;

(3)若 $(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}) \cdot \boldsymbol{c}=0$,求 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{c}|$ 的最大值.



综合提升

11. 已知点 A, B, P 都在单位圆上,且 $|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{3}$,则 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ 的最大值是 ()

- A. $\frac{3}{2}$ B. 3
C. 1 D. 2

12. [2024·北京汇文中学测试] 对于非零向量 $\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}$,定义运算“ $\times$ ”: $\boldsymbol{m} \times \boldsymbol{n}=|\boldsymbol{m}||\boldsymbol{n}|\sin \theta$,其中 θ 为 $\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}$ 的夹角. 设 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ 为非零向量,则下列说法错误的是 ()

- A. $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}=\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{a}$
B. $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}) \times \boldsymbol{c}=\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{c}+\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{c}$
C. 若 $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}=0$,则 $\boldsymbol{a} // \boldsymbol{b}$
D. $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}=(-\boldsymbol{a}) \times \boldsymbol{b}$

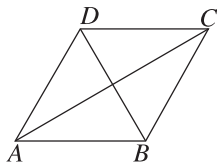
滚动习题 (一)

范围 6.1~6.2

(时间:45 分钟 分值:100 分)

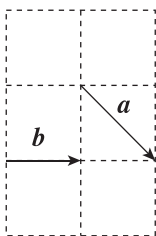
一、选择题(本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分)

1. [2024·通州期中] 如图,已知四边形 $ABCD$ 是菱形,则下列结论正确的是 ()



- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ B. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$
C. $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$ D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$

2. [2024·西城期末] 平面向量 a, b 在正方形网格中的位置如图所示,若网格中每个小正方形的边长均为 1,则 $a \cdot b =$ ()



- A. -2 B. 0
C. 1 D. 2

3. 已知向量 a, b 满足 $|a| = 2\sqrt{3}|b|$, 且 $\langle a, b \rangle = \frac{5\pi}{6}$, 则 a 在 b 上的投影向量为 ()

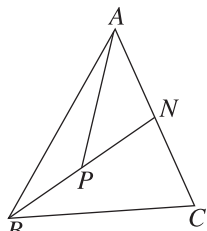
- A. $\sqrt{3}b$ B. $-\sqrt{3}b$
C. $3b$ D. $-3b$

4. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$, P 是 BN 的中点,若

$$\overrightarrow{AP} = m\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}, \text{ 则实数 } m$$

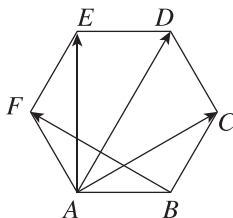
的值是

()



- A. $\frac{1}{4}$ B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{2}$

5. 如图,在正六边形 $ABCDEF$ 中, $AB = 1$, 设 $a = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AE}$, $b = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD}$, $c = \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BF}$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()



- A. $c < b < a$ B. $c < a < b$
C. $b < c < a$ D. $b < a < c$

6. 已知 a, b 为非零向量, 则“ $|a - b| = |b|$ ”是“ $a - 2b = 0$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件
D. 既不充分也不必要条件

7. [2024·北京八中测试] 若单位向量 a, b, c 满足

$$a \cdot b = -\frac{1}{2}, b \cdot c = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ 则 } a \cdot c =$$
 ()

- A. 0 B. $\frac{1}{2}$
C. 0 或 $-\frac{1}{2}$ D. 0 或 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

8. [2024·顺义期末] 已知 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$, 点 P 是 $\triangle ABC$ 所在平面内的动点, 满足 $|\overrightarrow{AP}| = 1$, 则 $|\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC}| + |\overrightarrow{PB} - \overrightarrow{PC}|$ 的最小值为 ()

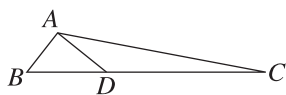
- A. 2 B. $\frac{5}{2}$
C. 1 D. $\frac{1}{2}$

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

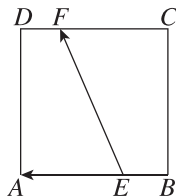
9. [2024·北京陈经纶中学测试] 已知 e_1, e_2 是两个不共线的向量, $a = e_1 - 4e_2$, $b = ke_1 + 2e_2$, 若 a 与 b 共线, 则 $k =$ _____.

10. 在四边形 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{AB} = a + 2b$, $\overrightarrow{BC} = -4a - b$, $\overrightarrow{CD} = -5a - 3b$, 则四边形 $ABCD$ 的形状是 _____.

11. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$, $|\overrightarrow{AB}| = 1$, $\overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{BD}$, 则 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} =$ _____.



12. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 3, 点 E 是线段 AB 上靠近点 B 的三等分点, 若边 DC 上存在点 F , 使得 $\overrightarrow{EA} \cdot \overrightarrow{EF} = \lambda$ 成立, 则 λ 的一个值为 _____.



班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	

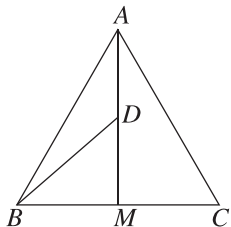
三、解答题(本大题共 3 小题,共 40 分)

13. (13 分)[2024·海淀期末] 已知 $\overrightarrow{OA} = \mathbf{a}, \overrightarrow{OB} = \mathbf{b}, |\mathbf{a}| = \sqrt{2}, |\mathbf{b}| = 1, \langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle = \frac{\pi}{4}$.

- (1) 求 $|\mathbf{a} - 2\mathbf{b}|$;
 (2) 若 $\overrightarrow{OQ} = t\overrightarrow{OA}$, 求 $\overrightarrow{AQ} \cdot (\overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OB})$ 的最小值.

14. (13 分)[2024·北京广渠门中学测试] 如图, 已知 P 是边长为 2 的等边三角形 ABC 所在平面内一点, M 是 BC 的中点, D 是 AM 的中点.

(1) 当 $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{CP}$ 时, 用 $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}$ 表示 $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BP}$, 并求 $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{BP}$ 的值;
 (2) 若 $|\overrightarrow{AP}| = 1$, 求 $\overrightarrow{CP} \cdot \overrightarrow{AB}$ 的取值范围.



15. (14 分) 平面几何中有如下结论: “三角形 ABC 的角平分线 AD (D 在 BC 边上) 分对边所成的两段之比等于角的两边之比, 即 $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$ ”. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 3, AC = 1, AD$ 平分 $\angle BAC, D$ 在 BC 边上. 过点 D 作直线交 AB 于点 E , 交 AC 的延长线于点 F , 且满足 $\overrightarrow{AE} = x\overrightarrow{AB} (0 < x < 1), \overrightarrow{AF} = y\overrightarrow{AC} (y > 0)$.

- (1) 求 $\frac{1}{x} + \frac{3}{y}$ 的值;
 (2) 若 $\angle BAC = 120^\circ$, 求 $\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{BC}$ 的最小值.

